

# 広範囲の $Pr$ 数に適用可能なテイラー・クエット流れにおける熱伝達相関に対する数値解析

河野 瑠美

大阪公立大学大学院 工学研究科 物質化学生命系専攻

## 1 緒言

アルミニウム製品は、リサイクルによって  $\text{CO}_2$  の排出量を約 97%削減できるため、日本アルミニウム協会では 2050 年までにアルミニウム展伸材の循環使用率を現状の 10 %から 50 %へ引き上げることを目標に掲げている<sup>1)</sup>。しかしながら、展伸材はスクラップ回収段階での異金属の混入に対する許容度が低いためリサイクル率が低いままになってしまっており、異金属混入量が増加したとしても、材料特性が悪化しない技術が望まれている。

この課題に対して本研究では、動圧により発生するキャビテーションが、回転円筒体からの冷却によって形成される金属間化合物を微細化する方法<sup>2)</sup>に着目した。この処理により材料の靱性が向上することが確認されているが、その設計指針は明確ではなく、社会実装には至っていない。また、凝固過程を完全に数値モデル化するのは困難であるため、設計指針の開発には、熔融アルミニウムの代わりに内部の現象を把握可能な水を用いた代替実験を実施する必要がある。

本研究では、回転円筒系での凝固現象に対して、水を用いたモデル実験、数値モデル化、高温実験の全てからアプローチするため、第一ステップとして水からアルミニウムまでの液体における幅広い Prandtl ( $Pr$ ) 数条件での熱輸送に関する指針を明確にすることを試みた。数値計算で内円筒を回転させた場合の Nusselt ( $Nu$ ), Reynolds ( $Re$ ),  $Pr$  数の相関式を構築し、その評価を行った。

## 2 手法

今回用いた同心二重円筒形状を、Fig. 1 に示す。内外半径比  $\eta (= r_i/r_o)$  を 0.87, 0.75, 0.65 とし、外円筒を

固定、内円筒を以下に示す回転  $Re$  数に応じた角速度  $\omega$  で回転させた。

$$Re = \frac{r_i \omega H}{\nu} \quad (1)$$

$r_i$  は内円筒の半径、 $H$  は環状隙間の幅、 $\nu$  は動粘度である。 $\eta=0.87$  に対して  $Pr=0.02, 0.07, 0.2, 0.71, 2, 7$ 、回転  $Re=1000, 2000, 4000, 8000$ 、 $\eta=0.75, 0.65$  に対して  $Pr=0.02, 0.3, 7$ 、回転  $Re=4000, 8000$  とした。装置の底面と上面には周期条件を適用した。外円筒が高温、内円筒が低温であるとし、各壁面の温度は一定とした。内円筒が回転する同心二重円筒間にはテイラー・クエット流れ<sup>3)</sup>が発生し、テイラー渦が軸方向に周期的に形成される。流れが完全に発達した後には時間平均し、定量データを取得した。

支配方程式は Navier Stokes 式、連続式、エネルギー式とした。乱流モデルに Large Eddy Simulation (LES) を、SGS モデルに WALE モデル<sup>3)</sup>を用いた。WALE モデルを用いることによって、粗い計算格子幅であっても  $y^+ \approx 15$  で壁面近傍の乱流構造を適切に再現可能である<sup>4)</sup>ことから、計算格子を  $r, \theta, z$  方向にそれぞれ、30, 60, 60 セルに分割し、壁面での  $y^+$  が十分小さくなるよう各条件で異なる不等間隔格子を利用した。

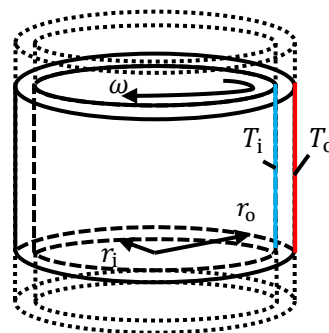


Fig. 1 Schematic drawing of the concentric cylinders used in this simulation. ( $T_o > T_i$ )

### 3 結果・考察

半径比  $\eta = 0.87, 0.75, 0.65$  における  $Nu$  数を算出し、内円筒表面からの熱輸送を  $Nu$  数と Peclet ( $Pe$ ) 数の関係から整理した。 $\eta = 0.87$  において  $Nu$  数は  $Pe \approx 140$  付近を境に増加傾向が変更し、 $Pe < 140$  の条件では  $Nu$  数が回転しない条件での解析解  $Nu = 2.14$  に漸近し、増加傾向が緩やかであった。熱輸送機構の変化を定量的に評価するため、半径方向の伝導熱伝達割合を算出した。これは特定の半径  $r$  での熱伝達量を内壁での総熱伝達量で除したものである<sup>5)</sup>。壁面近傍では伝導熱伝達が支配的である一方、ギャップ中央では  $Pe$  数の増加に伴い対流熱伝達の寄与が増大した。さらに、伝導熱伝達割合の最小値を熱輸送機構の指標として整理したところ、 $Pe \geq 140$  では対流熱伝達が支配的となったため、この領域を対象とした熱伝達相関式を導出した。

$$Nu = 0.25 Re^{0.5} Pr^{0.33} \quad (2)$$

得られた相関式のレイノルズ数およびプラントル数の指数は、平板上を流れる熱流体の境界層における熱伝達の経験式と一致し、壁面近傍の境界層によって熱輸送が支配されており、 $\eta = 0.87$  においては二重円筒容器の曲率がほぼ無視できることが示唆された。

一方、 $\eta$  が小さい条件では相関式の係数は平板の場合とは一致せず、係数には円筒曲率の影響が含まれる。そこで、 $\eta = 0.75, 0.65$  の結果を利用し、半径比  $\eta$  を用いて幾何学的効果を考慮した相関式を構築した。

$$Nu = 0.39 \left( \frac{1-\eta}{\eta} \right)^{0.25} Re^{0.5} Pr^{0.33} \quad (3)$$

この相関式をテイラー・クエット流れの先行研究で導出された相関式と比較する。Fig. 2 より傾きが先行研究とよく一致し、同心二重円筒系での流体現象に基づく熱輸送機構を正確に表現でき、熔融金属系から水までの広い  $Pr$  数での熱輸送を正確に表現できることがわかった。凝固過程までをモデリングする第一ステップである熱輸送が予測できるようになり、流体中の凝固現象や金属間化合物の運動等を解析する基盤を構築することができた。

### 4 まとめ

数値計算によって同心二重円筒系の  $Nu, Re, Pr$  数

の関係性を調査し、相関式を作成した。この相関式は、 $Pr = 0.02 \sim 7$  の範囲で高い相関性を持ち、先行研究との比較から妥当であることが確認された。今後は、今回の数値モデルをもとに、凝固過程の複雑なモデルを導入する。

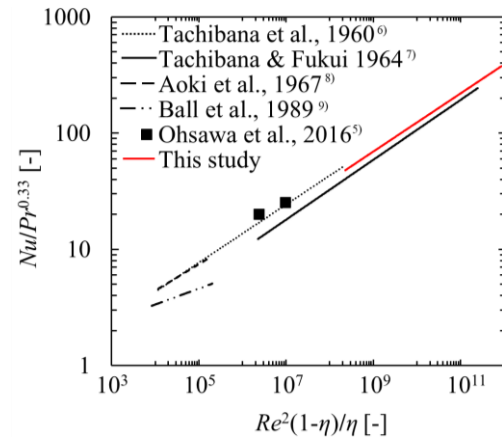


Fig. 2 Correlation of heat transfer in a Taylor-Couette system.

### 謝辞

本研究は、京都大学スーパーコンピュータ共同研究制度(若手・女性研究者奨励枠)の支援を受けた。

### 参考文献

- 1) VISION2050, 一般社団法人日本アルミニウム協会. 2020.
- 2) 山本卓也ほか, 特開 2023-162149, 2023.11.8
- 3) F. Nicoud *et al.*, *Flow Turbul Combust.* 1999, Vol.2, p.183–200.
- 4) D. Iwasa, Y. Nabae, K. Fukagata, 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集. 2018, OS15-7.
- 5) A. Ohsawa, A. Murata, K. Iwamoto, *Journal of Thermal Science and Technology.* 2016, Vol.11, No.2, pp.1-13.
- 6) F. Tachibana, S. Fukui, H. Mitsumura, *Bulletin of JSME.* 1960, Vol.3, No. 9, pp.119-123.
- 7) F. Tachibana, S. Fukui, *Bulletin of JSME.* 1964, Vol.7, No.26, pp.385-391.
- 8) H. Aoki, H. Nohira, H. Arai, *Bulletin of JSME.* 1967 Vol.10, No.39, pp.523-532.
- 9) K.S. Ball, B. Farouk, V.C. Dixit, *Heat Mass Transfer.* 1989, Vol.32, No.8, pp.1517-1527.