

二軸ひずみを印加させた電磁流体乱流の直接数値計算

西 瑚太郎 *

*長崎大学大学院

1 緒言

太陽フレアによるインフラ被害を防ぐ「宇宙天気予報」の高度化，および次世代のクリーンエネルギーである「核融合発電」の実現において，電磁流体力学 (MHD) は双方に共通する重要課題であるものの，MHD は流体の運動方程式に加え，磁場の運動方程式を同時に解く必要があるため計算負荷が高く，速度場と磁場の複雑な相互作用に伴い物理現象が多様化するため，その基礎的な理解は十分とはいえない。

磁場が十分に弱く，速度場への Lorentz 力の影響が無視できるキネマティックダイナモは，磁場の増幅過程を理解するための基本的な問題として研究されてきた [1]。一方，磁場が十分に増幅されると Lorentz 力による速度場へのフィードバックが生じ，速度場および磁場の統計的性質や微細構造が変化する。特に MHD 乱流では，小スケールにおいても非等方性が観測されることが知られており [2]，流体乱流における小スケールの振る舞いとの違いを明らかにすることは，MHD 乱流固有のモデリングの観点からも重要な課題である。小スケールの振る舞いを調べることを目的に，平均磁場が印加された MHD 乱流やせん断・回転を伴う MHD 乱流に対して，速度場および磁場の非等方化過程や，Lorentz 力の及ぼす影響がこれまで調べられてきた [2, 3, 4, 5]。しかし，せん断流れは回転とひずみの効果を含むため，単純な回転やひずみを伴う MHD 乱流に比べ，せん断 MHD 乱流の振る舞いは複雑である。また，ひずみを伴う MHD 乱流に関する研究例は平均磁場，せん断・回転を伴う MHD 乱流に比べ，研究例が少ない。

本研究では，大規模なひずみによって，速度場や磁場がどのように成長し，秩序構造が形成されるのか，流体乱流との類似性を直接数値計算 (DNS) により調べた。

2 問題設定

本研究では，二軸ひずみによって駆動される MHD 乱流の振る舞いならびに流体乱流との比較を行う。このときの，平均速度は次のように与えられる。

$$\mathbf{U} = Sx_1\mathbf{e}_1 - Sx_2\mathbf{e}_2 \quad (1)$$

ここで， S はひずみの強さである。速度変動 $\mathbf{u}$ および磁場 $\mathbf{b}$ の時間発展は，この平均速度場を考慮した 3 次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式および Solenoidal 条件を満たす磁場の誘導方程式により記述されるものとする。また，計算においては，周期境界条件が成り立つように， $X_1 = \exp(-St)x_1$ および $X_2 = \exp(St)x_2$ といった変数変換を導入し [6]，空間差分にコンパクト差分を用いた有限差分法により，支配方程式を数値的に解いた。計算コードは，MPI および OpenMP を用いたハイブリッド並列が実装されている。なお，計算では，Lorentz 力の影響を調べるために，同一の初期状態から，二つの計算を実施した。以下では，Lorentz 力を考慮したものを Run-LF と総称し，Lorentz 力を無視したキネマティックダイナモを Run-NLF と総称する。

3 結果

ここでは，紙面の都合上，代表的な結果のみを示す。図 1 に，十分に時間が経過した時刻における磁気エネルギーの可視化結果を示す。Run-LF では，チューブ状の構造が形成され，ひずみが伸長する方向へのチューブの長軸が配向する様子が確認できる。一方，Run-NLF では，チューブ状およびシート状の構造が混在しており，Run-LF で見られるような明瞭な配向性は確認できない。

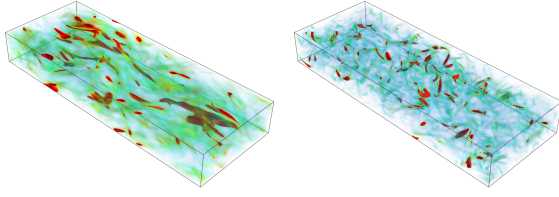


図 1: Visualizations of magnetic energy in (left) Run-LF and (right) Run-NLF.

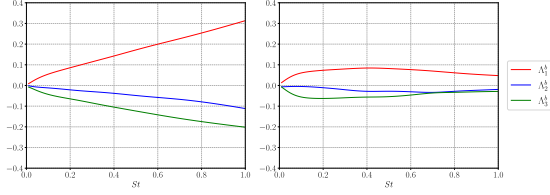


図 2: Time evolutions of the eigenvalues of R_{ij}^b in (left) Run-LF and (right) Run-NLF.

可視化において見られた構造の非等方性を定量的に図るために、次式で表される非等方性テンソルを導入する。

$$R_{ij}^b = \frac{\langle b_i b_j \rangle}{\langle b_k b_k \rangle} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (2)$$

ここで、 δ_{ij} は Kronecker のデルタである。ここで、 R_{ij}^b は、 $-1/2 \leq R_{ij}^b \leq 1/2$ を満たし、等方な場合、 R_{ij}^b は 0 を取る。図 2 に R_{ij}^b の固有値 Λ_α^b の変化を示す。ここで、 Λ_α^b は、 $\Lambda_1^b \geq \Lambda_2^b \geq \Lambda_3^b$ となるように定義している。Run-LF では、時間の経過とともに固有値の等方状態からのずれが大きくなり、磁場の異方性が強くなる様子が見られる。また、一つの固有値が正方向に増加することから、磁場が特定の方向に集中する一成分化の傾向が見られ、ひずみの伸長方向がそのような役割を担っている。一方、Run-NLF では、概ね等方性を満足するものの (該当図は省略)、 Λ_α^b の評価において僅かな非等方性が見られる。このような違いが生じる理由としては、Run-NLF では、Lorentz 力を加味していないため、磁場の誘導方程式は、速度変動に対して線形であり、流体乱流同様に、局所等方性を満足したものと考えられる。これらの結果から、Lorentz 力による磁場から速度場へのフィードバックが、磁場の異方性の維持および増強に寄与していることは明らかであり、磁場に関しては可視化において見られる非等方な秩序構造が統計量においても反映される形で現れることが分かった。一方で、速度場に関しても同様に非等方テ

ンソルの固有値を用いて評価した結果、Run-LF および Run-NLF のいずれにおいても異方化が見られた (該当図は省略)。しかし、等方状態からのずれは Run-NLF の方が Run-LF よりも大きく、Lorentz 力を考慮しない場合に速度場の異方性がより強く現れることがわかった。

4 今後の展望

MHD 乱流の素過程を調べることを目的に、二軸ひずみによって、速度場や磁場がどのように成長し、秩序構造が形成するのか、流体乱流との類似性を直接数値計算により調べた。なお、本研究を通して得られた成果の一部は、学会にて発表済みである [7]。現在得られている成果は、比較的磁気レイノルズ数が低いものに限られているため、磁気レイノルズ数が高いものに拡張した計算を実施し、適宜内容をまとめることが次年度以降の展望である。

参考文献

- [1] A. A. Schekochihin, Boldyrev, S. A., and R. M. Kulsrud, Spectra and growth rates of fluctuating magnetic fields in the kinematic dynamo theory with large magnetic Prandtl numbers, *Astrophys. J.*, **567**, pp. 828–852 (2002).
- [2] J. Cho and E. T. Vishniac, The anisotropy of magnetohydrodynamic Alfvénic turbulence, *Astrophys. J.*, **539**, pp. 273–282 (2000).
- [3] J. Mason, F. Cattaneo, and S. Boldyrev, Dynamic alignment in driven magnetohydrodynamic turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 255002 (2006).
- [4] R. S. Miller, F. Mashayek, V. Adumitroaie, and P. Givi, Structure of homogeneous nonhelical magnetohydrodynamic turbulence, *Phys. Plasmas*, **3**, pp. 3304–3317 (1996).
- [5] S. C. Kassinos, B. Knaepen, and A. Wray, Statistical measures of structural anisotropy in MHD turbulence subjected to mean shear and frame rotation, *J. Turbul.*, **7**, 14 pages (2006).
- [6] M. Takaoka, Anisotropy and vortex structure in turbulence subjected to mean uniform strain, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **66**, pp. 2008–2025 (1997).
- [7] 西畑太郎, 北村拓也, 二軸ひずみを伴う MHD における種場の自発的成長, 日本機械学会九州支部 第 79 期総会・講演会, 2026 年 3 月.